SESIÓN 9

FACTORIZACIÓN

I. CONTENIDOS:

1. Factor común.
2. Factorización de un trinomio cuadrado perfecto.
3. Factorización de un trinomio de la forma x2+bx+c.
4. Factorización de un trinomio de la forma ax2+bx+c.
5. Factorización de la diferencia de dos cuadrados.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Factorizará expresiones algebraicas aplicando las reglas para cada caso.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- En matemáticas, ¿qué es un factor?
- ¿Cómo se obtiene el divisor de un conjunto de números?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Factor común

Factor común monomio: es el factor que está presente en cada término del polinomio:

Ejemplos:

- ¿Cuál es el factor común monomio en $12x + 18y - 24z$?

Entre los coeficientes es el 6, o sea, $\mathbf{6}\cdot 2x + \mathbf{6}\cdot 3y - \mathbf{6}\cdot 4z = \mathbf{6}(2x + 3y - 4z)$

- ¿Cuál es el factor común monomio en : $5a^2 - 15ab - 10ac$?

El factor común entre los coeficientes es 5 y entre los factores literales es a, por lo tanto:
$5a^2 - 15ab - 10ac = \mathbf{5a}\cdot a - \mathbf{5a}\cdot 3b - \mathbf{5a}\cdot 2c = \mathbf{5a}(a - 3b - 2c)$

- ¿Cuál es el factor común en $6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2$?

El factor común es "6xy" porque:
$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy)$

Factor común polinomio:

Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión:
Ejemplos:

Factoriza $x(a + b) + y(a + b) =$

Existe un factor común que es $(a + b)$ $= x\mathbf{(a + b)} + y\mathbf{(a + b)} =$

$= \mathbf{(a + b)}(x + y)$

Factoriza $2a(m - 2n) - b(m - 2n) =$

$= 2a\mathbf{(m - 2n)} - b\,\mathbf{(m - 2n)}$

$\mathbf{= (m - 2n)(2a - b)}$

Factor común por agrupamiento
Se trata de extraer un doble factor común.

Factoriza $ap + bp + aq + bq$

Se extrae factor común "**p**" de los dos primeros términos y "**q**" de los dos últimos

$$\mathbf{p}(a + b) + \mathbf{q}(a + b)$$

Se saca factor común polinomio

$$(a + b)(p + q)$$

2.1. Factorización de un trinomio cuadrado perfecto
Ejemplo:

Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$

1° Halla la raíz principal del primer término $9x^2$: $3x \cdot 3x$
2° Halla la raíz principal del tercer término 25
con el signo del segundo término $-5 \cdot -5$
luego la factorización de $\mathbf{9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2}$

3.1. Factorización de un trinomio de la forma $X^2 + BX + C$

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso:
Ejemplo N° 1. Descomponer $\mathbf{x^2 + 6x + 5}$

1° Hallar dos factores que den el primer término $\mathbf{x \cdot x}$

2° Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea "6"
$1 \cdot 5$ ó $-1 \cdot -5$

Pero la suma debe ser +6 luego serán $\mathbf{(x + 1)(x + 5)}$

Ejemplo Nº 2:

Factorizar $\mathbf{x^2 + 4xy - 12y^2}$

1º Hallar dos factores del primer término, o sea x^2 : $\mathbf{x \cdot x}$

2º Hallar los divisores de $12y^2$, éstos pueden ser : $6y \cdot -2y$ ó $-6y \cdot 2y$
ó $4y \cdot -3y$ ó $-4y \cdot 3y$
ó $12y \cdot -y$ ó $-12y \cdot y$

Pero la suma debe ser +4 , luego servirán $6y$ y $-2y$, es decir
$$\mathbf{x^2 + 4xy - 12y^2 = (x + 6y)(x - 2y)}$$

4.1. Factorización de un trinomio de la forma $AX^2 + BX + C$

Ejemplo:

Factoriza $2x^2 - 11x + 5$

1º El primer término se descompone en dos factores **$2x \cdot x$**

2º Se buscan los divisores del tercer término **$5 \cdot 1$ ó $-5 \cdot -1$**

3º Parcialmente la factorización sería $(2x + 5)(x + 1)$
pero no sirve pues da : $2x^2 + 7x + 5$
se reemplaza por **$(2x - 1)(x - 5)$**
y en este caso nos da : $2x^2 - 11x + 5$

5.1. Factorización de la diferencia de dos cuadrados.

Ejemplo:

Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$

Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$
y el segundo término $-16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$
luego la factorización de **$9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$**

Casos especiales:

- ***Diferencia de cubos***: **$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$**

Ejemplo: $8 - x^3 = (2 - x)(4 + 2x + x^2)$

- ***Suma de cubos:*** **$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$**

Ejemplo: $27a^3 + 1 = (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. En equipo explica la siguiente pregunta: ¿A qué se le llaman factores o divisores?

B. Factoriza completamente las siguientes expresiones.

a) $a^2 + ab$

b) $x^2y + x^2z$

c) $24a^2xy^2 - 36x^2y^4$

d) $15y^3 + 20y^2 - 5y$

e) $96 - 48mn^2 + 144n^3$

f) $a^2 - 2ab + b^2$

g) $16 + 40x^2 + 25x^4$

h) $\frac{a^2}{4} - ab + b^2$

i) $x^2 - y^2$

j) $a^2 - 25$

k) $a^2m^4n^6 - 144$

l) $\frac{1}{4} - 9a^2$

C. Resuelve el Problema Reto: Factoriza completamente.

$X^2 - 6x + 9 - 25y^2$